



اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی
سنجش دوازدهم - جامع نوبت چهارم
(۱۴۰۳/۰۴/۰۱)

علوم ریاضی و فنی

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون های آزمایشی سنجش و بهره مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون ها ، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می گردد. از شما عزیزان دعوت می شود، دیدگاه های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.



@sanjesheducationgroup



@sanjeshserv

کانال های ارتباطی:

ریاضیات

۱. گزینه ۳ درست است.

چند جمله اول دنباله را می نویسیم:

$$a_1 = 2a_1 - 1 = 2 \cos^2 \frac{\pi}{16} - 1 = 2 \cos^2 \alpha - 1 = \cos 2\alpha \rightarrow a_1 = \cos \frac{\pi}{8}$$

$$a_2 = 2a_2 - 1 = 2 \cos^2 \frac{\pi}{8} - 1 = 2 \cos^2 \alpha - 1 = \cos 2\alpha \rightarrow a_2 = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$a_3 = 2a_3 - 1 = 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 1 = 0$$

$$a_4 = 2a_4 - 1 = 2(0)^2 - 1 = -1$$

$$a_5 = 2a_5 - 1 = 2(-1)^2 - 1 = 1$$

$$a_6 = 2a_6 - 1 = 2(1)^2 - 1 = 1$$

$$a_7 = 2a_7 - 1 = 2(1)^2 - 1 = 1$$

⋮

واضح است که تمام جملات بعدی دنباله برابر با یک هستند. پس $a_{11} = 1$ است.

۲. گزینه ۲ درست است.

ابتدا معادله را به صورت ساده تری می نویسیم:

$$x + \frac{k}{x} = 3 \xrightarrow{\times x} x^2 - 3x + k = 0 \rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = 3 \\ P = \alpha\beta = k \end{cases}$$

حالا در رابطه داده شده داریم:

$$(3\alpha\beta - \alpha^3)^{\frac{-3}{4}} = k \Rightarrow \left(\underbrace{\alpha\beta}_k (3\alpha - \alpha^3) \right)^{\frac{-3}{4}} = k (*)$$

برای محاسبه عبارت $3\alpha - \alpha^3$ ، با جایگذاری $X = \alpha$ در معادله داریم:

$$\alpha^3 - 3\alpha + k = 0 \Rightarrow 3\alpha - \alpha^3 = k$$

پس در رابطه (*) داریم:

$$(k(k))^{\frac{-3}{4}} = k \xrightarrow{k \neq 0} (k)^{\frac{-3}{2}} = 1 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{k^3}} = 1 \Rightarrow k = 1$$

بنابراین، معادله به صورت $x^2 - 3x + 1 = 0$ است و برای محاسبه اختلاف (تفاضل) ریشه ها داریم:

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{a} = \frac{\sqrt{5}}{1} = \sqrt{5}$$

۳. گزینه ۲ درست است.

اگر عرض از مبدأ دو تابع که محل تلاقی آنها نیز می باشد را برابر با k در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} f \text{ شیب خط} = \frac{k}{3} \\ g \text{ شیب خط} = \frac{-k}{12} \end{cases}$$

از آنجا که دو خط بر هم عمودند، شیب‌های آن‌ها، عکس و قرینه یکدیگرند؛ پس:

$$\frac{k}{3} = -\frac{1}{\frac{-k}{12}} \Rightarrow k^2 = 36 \Rightarrow k = \pm 6$$

با توجه به نمودار، عرض از مبدأ این خطوط، مثبت است و $k = 6$ قابل قبول می‌باشد؛ پس:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{k}{3}x + k \xrightarrow{k=6} f(x) = 2x + 6 \\ g(x) = \frac{-k}{12}x + k \xrightarrow{k=6} g(x) = -\frac{1}{2}x + 6 \end{cases}$$

می‌دانیم برای تعیین دامنه تابع $y = \sqrt{(f+g)(x)}$ ، باید نامعادله زیر را حل کنیم:

$$(f+g)(x) \geq 0 \Rightarrow (2x+6) + \left(-\frac{1}{2}x+6\right) \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}x + 12 \geq 0 \Rightarrow x \geq -8 \Rightarrow a = -8 \Rightarrow \left[\frac{2a}{3}\right] = \left[\frac{-16}{3}\right] = [-5/\dots] = -6$$

۴. گزینه ۱ درست است.

ابتدا ضابطه تابع $f(x) = \log_x 10 \circ x$ را به فرم ساده‌تری می‌نویسیم تا پیدا کردن وارون آن، راحت‌تر باشد:

$$y = \log_x 10 \circ x = \log_x^{100} + \log_x x = 2 \log_x 10 + 1 = \frac{2}{\log x} + 1$$

پس داریم:

$$y = \frac{2}{\log x} + 1$$

با عوض کردن جای x و y در ضابطه تابع داریم:

$$x = \frac{2}{\log y} + 1 \Rightarrow x - 1 = \frac{2}{\log y} \Rightarrow \frac{1}{x-1} = \frac{\log y}{2} \Rightarrow \log y = \frac{2}{x-1} \Rightarrow y = 10^{\frac{2}{x-1}} \rightarrow f^{-1}(x) = 10^{\frac{2}{x-1}}$$

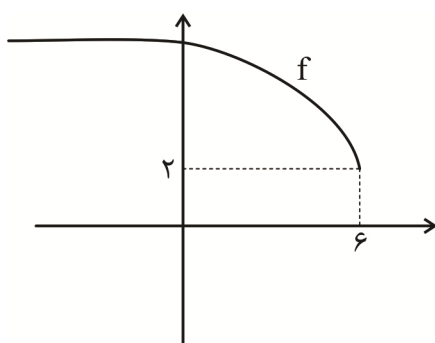
از مقایسه ضابطه به‌دست آمده با ضابطه $f^{-1}(x) = a^{\frac{2}{x+b}}$ داریم: $\left. \begin{matrix} a = 10 \\ b = -1 \end{matrix} \right\}$ پس:

$$g(x) = 10^{x-1}$$

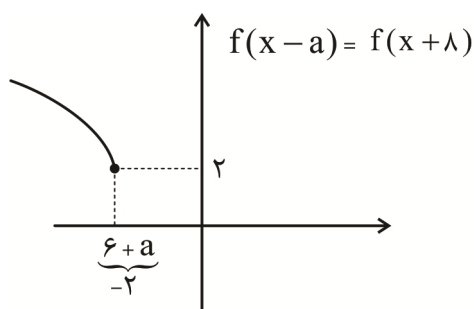
این بار با عوض کردن جای x و y در ضابطه $y = 10^{x-1}$ داریم:

$$x = 10^{y-1} \Rightarrow y - 1 = \log_{10} x \Rightarrow y = (\log x) + 1$$

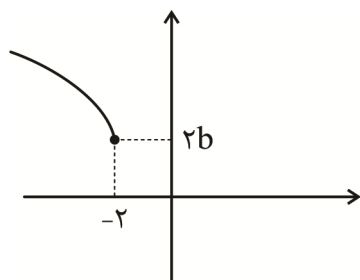
۵. گزینه ۳ درست است.



با توجه به نمودار f ، باید نمودار آن را بیش از ۶ واحد به چپ ببریم تا محور y ها را قطع نکند، پس $a < -6$ است: جواب بین گزینه‌های ۱ و ۳ است و با توجه به این گزینه‌ها، $a = -8$ ، $b > 0$ است.



حالا نمودار $f(x+8)$ ، قرار است تحت انبساط (انقباض) عمودی با ضریب b ($b > 0$) قرار بگیرد، نمودار $bf(x+8)$ به صورت زیر است:



نهایتاً با یک انتقال عمودی a واحدی (8 واحدی) به سمت پایین مواجه می شویم و برای آن که نمودار $a + bf(x-a) = -8 + bf(x+8)$ محور x ها را قطع نکند، لازم است که $2b - 8 > 0$ باشد:

$$2b > 8 \Rightarrow b > 4 \rightarrow \text{گزینه ۳}$$

۶. گزینه ۴ درست است.

با توجه به تابع f داریم:

$$f^{-1}(x) = \left\{ (5, 1), (1, \frac{1}{2}), (2, 3), (3, 4) \right\}$$

بنابراین:

$$g = \frac{x+1}{f^{-1}(x)} = \left\{ (5, \frac{5+1}{1}), (1, \frac{1+1}{\frac{1}{2}}), (2, \frac{2+1}{3}), (3, \frac{3+1}{4}) \right\}$$

برد این تابع، مجموعه $\{1, 4, 6\}$ است که حاصل ضرب اعضای آن برابر با 24 می باشد.

۷. گزینه ۱ درست است.

راه حل اول:

هریک از عبارت های A و B را تا جای ممکن، ساده می کنیم:

$$A = \frac{3 + \sin^2 x}{2 + \cos x} = \frac{3 + (1 - \cos^2 x)}{2 + \cos x} = \frac{4 - \cos^2 x}{2 + \cos x} = \frac{(2 - \cos x)(2 + \cos x)}{2 + \cos x} = 2 - \cos x$$

$$B = \frac{3 + \cos^2 x}{2 - \sin x} = \frac{3 + (1 - \sin^2 x)}{2 - \sin x} = \frac{4 - \sin^2 x}{2 - \sin x} = \frac{(2 - \sin x)(2 + \sin x)}{2 - \sin x} = 2 + \sin x$$

نهایتاً داریم:

$$(A - B)^2 = ((2 - \cos x) - (2 + \sin x))^2 = (-\cos x - \sin x)^2 =$$

$$(\sin x + \cos x)^2 = \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 1 + \sin 2x$$

راه حل دوم:

با جایگذاری مقدار دلخواه به جای زاویه x ، برای مثال $x = 0^\circ$ به جواب می‌رسیم.

۸. گزینه ۲ درست است.

با توجه به شروع نزولی نمودار تابع کسینوس از روی محور y ها، با یک نمودار روتین کسینوسی مواجه‌ایم که مقدار مینیمم آن، برابر با صفر می‌باشد؛ پس:

$$f(x) = (1 + 2a)\cos(bx + c) - a$$

$$\min : (1 + 2a)(-1) - a = 0 \Rightarrow -1 = 3a \Rightarrow a = -\frac{1}{3}$$

از طرفی باتوجه به نمودار، دوره تناوب این تابع برابر با π است؛ پس:

$$\frac{2\pi}{|b|} = \pi \rightarrow |b| = 2 \rightarrow b = \pm 2 \xrightarrow{b > 0} b = 2$$

پس تابع $f(x)$ برابر است با:

$$f(x) = \frac{1}{3}\cos(2x + c) + \frac{1}{3}$$

نهایتاً داریم:

$$f\left(\frac{\Delta\pi}{12}\right) = 0 \Rightarrow \frac{1}{3}\cos\left(2\left(\frac{\Delta\pi}{12}\right) + c\right) + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow \cos\left(\frac{\Delta\pi}{6} + c\right) = -1$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta\pi}{6} + c = 2k\pi + \pi \xrightarrow{k=0} \frac{\Delta\pi}{6} + c = \pi \Rightarrow c = \frac{\pi}{6} \rightarrow \frac{cb}{a} = \frac{\frac{\pi}{6} \times 2}{-\frac{1}{3}} = -\pi$$

۹. گزینه ۳ درست است.

ابتدا معادله را به صورت ساده‌تری می‌نویسیم:

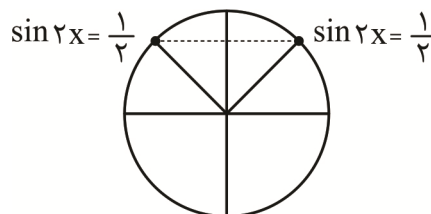
$$\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{1}{2} \sin x \cos x \Rightarrow (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{2} \sin x \cos x$$

$$\Rightarrow 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x = \frac{1}{2} \sin x \cos x$$

با تغییر متغیر $\sin x \cos x = t$ داریم:

$$1 - 2t^2 = \frac{1}{2}t \Rightarrow 2t^2 + \frac{1}{2}t - 1 = 0 \xrightarrow{\times 2} 4t^2 + t - 2 = 0 \Rightarrow t = -\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}\sin 2x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \sin 2x = -\frac{1}{2} \\ \sin x \cos x = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{2}\sin 2x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} \end{cases}$$



از آنجا که $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ است، پس $0 \leq 2x \leq 3\pi$ و معادله $\sin 2x = \frac{1}{2}$ در این بازه، دارای چهار جواب است:

$$\begin{cases} 2x = \frac{\pi}{6}, 2\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{\pi}{12}, \pi + \frac{\pi}{12} \\ 2x = \frac{5\pi}{6}, 2\pi + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{12}, \pi + \frac{5\pi}{12} \end{cases} \rightarrow \text{مجموع جواب‌ها} = 3\pi$$

۱۰. گزینه ۴ درست است.

با توجه به اینکه تابع f ، یک تابع لگاریتمی و دارای مجانب قائم است، نمودار گذرنده از نقاط A و C مربوط به تابع f و نمودار گذرنده از نقطه B مربوط به تابع f^{-1} است که به صورت نمایی و دارای مجانب افقی است. با توجه به نمودار f^{-1} داریم:

$$f^{-1}(1) = 0 \Rightarrow f(0) = 1 \Rightarrow a + b \log_2(4 - 0) = 1 \Rightarrow \boxed{a + 2b = 1}$$

از طرفی، فاصله نقاط B و C روی محور y ها برابر با یک واحد است؛ پس:

$$y_B - y_C = 1 \quad (*)$$

نقطه B روی نمودار f^{-1} ، متناظر با نقطه A روی نمودار f است؛ پس:

$$y_B = x_A$$

برای پیدا کردن x_A داریم:

$$f(x) = 0 \Rightarrow a + b \log_2(4 - x) = 0 \Rightarrow \log_2(4 - x) = \frac{-a}{b}$$

$$\Rightarrow 4 - x = 2^{\frac{-a}{b}} \Rightarrow x = 4 - 2^{\frac{-a}{b}} \rightarrow x_A = 4 - 2^{\frac{-a}{b}} \Rightarrow y_B = 4 - 2^{\frac{-a}{b}}$$

نقطه C روی نمودار f نیز متناظر با نقطه‌ای به طول یک روی نمودار f^{-1} است؛ پس:

$$y_C = 1$$

حالا با جایگذاری y_B و y_C در رابطه $(*)$ داریم:

$$(4 - 2^{\frac{-a}{b}}) - 1 = 1 \Rightarrow 2 = 2^{\frac{-a}{b}} \Rightarrow \frac{-a}{b} = 1 \Rightarrow \boxed{a = -b}$$

با حل دستگاه $\begin{cases} a + 2b = 1 \\ a = -b \end{cases}$ داریم: $\begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases}$ و $a - b = -2$ است.

۱۱. گزینه ۴ درست است.

اگر از عرض از مبدأ منحنی f و خط g را که بر هم منطبق‌اند، k در نظر بگیریم، ضابطه توابع f و g به صورت زیر است:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{-k}{3}(x+1)(x-3) \\ g(x) = \frac{-k}{3}x + k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (f \circ g)(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{-k}{3}x + k\right) = \frac{-k}{3}\left(\left(\frac{-k}{3}x + k\right) + 1\right)\left(\left(\frac{-k}{3}x + k\right) - 3\right) \\ g(x^2) = \frac{-k}{3}x^2 + k \end{cases}$$

پس:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(f \circ g)(x)}{x + g(x^2)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{-k}{3}\left(\left(\frac{-k}{3}x + k\right) + 1\right)\left(\left(\frac{-k}{3}x + k\right) - 3\right)}{x + \left(\frac{-k}{3}x^2 + k\right)}$$

قاعده $\frac{0}{0}$ → $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{-k}{3}\left(\frac{-k}{3}x\right)\left(\frac{-k}{3}x\right)}{\frac{-k}{3}x^2} = \frac{k^2}{9}$

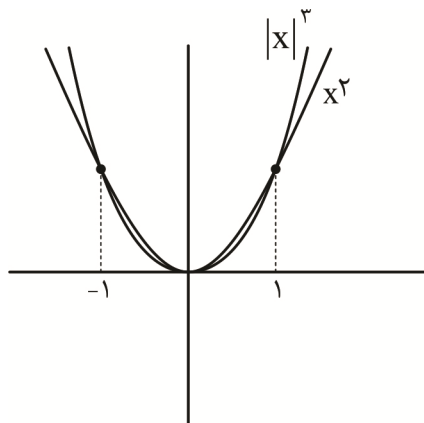
پس داریم:

$$\frac{k^2}{9} = \frac{1}{4} \Rightarrow k^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow k = \pm \frac{3}{2} \xrightarrow[k > 0]{\text{با توجه به شکل}} f(0) = k = \frac{3}{2}$$

۱۲. گزینه ۳ درست است.

تابع gof را تشکیل می‌دهیم:

برای حل معادله $x^2 = |x|^3$ و نامعادلات $x^2 > |x|^3$ و $x^2 < |x|^3$ ، نمودارهای توابع $y = x^2$ و $y = |x|^3$ را در یک دستگاه رسم می‌کنیم:



$$gof = \begin{cases} 1 & x^2 - |x|^3 > 0 \rightarrow x^2 > |x|^3 \\ 0 & x^2 - |x|^3 = 0 \rightarrow x^2 = |x|^3 \\ -1 & x^2 - |x|^3 < 0 \rightarrow x^2 < |x|^3 \end{cases}$$

پس ضابطه gof برابر است با:

$$gof = \begin{cases} 1 & -1 < x < 0 \text{ یا } 0 < x < 1 \\ 0 & x = 0, \pm 1 \\ -1 & x < -1 \text{ یا } 1 < x \end{cases}$$

واضح است که تابع در هر سه نقطه مرزی $x = 0$ و $x = \pm 1$ ناپیوسته است.

۱۳. گزینه ۳ درست است.

ابتدا تابع f را به صورت ساده‌تری می‌نویسیم:

$$f(x+1) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1 = (x+1)^3 - 2 \rightarrow \begin{cases} f(x+1) = (x+1)^3 - 2 \\ f(x) = x^3 - 2 \end{cases}$$

حالا $f^{-1}(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = x^3 - 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+2}$$

پس:

$$g(x) = f^{-1}(x) + f(x+1) - x = \sqrt[3]{x+2} + ((x+1)^3 - 2) - x$$

آهنگ لحظه‌ای تغییر $g(x)$ در $x = -1$ همان $g'(-1)$ است؛ پس:

$$g'(x) = \frac{1}{3}(x+2)^{-\frac{2}{3}} + 3(x+1)^2 - 1 \xrightarrow{x=-1} g'(-1) = \frac{-2}{3}$$

در پایان برای محاسبه حد خواسته شده داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 6}{2x - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{2(x-2)} = \frac{1}{2} f'(2)$$

$$f(x) = x^3 - 2 \rightarrow f'(x) = 3x^2 \xrightarrow{x=2} f'(2) = 12$$

پس جواب پایانی برابر است با:

$$\frac{\frac{1}{2} f'(2)}{g'(-1)} = \frac{\frac{1}{2}(12)}{\frac{-2}{3}} = -9$$

۱۴. گزینه ۳ درست است.

می‌دانیم وقتی دو منحنی بر هم مماس‌اند، معادله حاصل از تلاقی آن‌ها دارای ریشه مضاعف است. پس معادله خط موردنظر را با هریک از توابع f و g برابر قرار داده و کاری می‌کنیم که معادله حاصل دارای ریشه مضاعف باشد:

$$x^2 + ax + 9 = mx \Rightarrow x^2 + (a - m)x + 9 = 0 \quad (\text{الف})$$

برای آنکه این معادله دارای ریشه مضاعف باشد، باید به صورت $(x - 3)^2 = 0$ یا $(x + 3)^2 = 0$ در بیاید که با توجه به شرط $x > 0$ در صورت سؤال، حالت $(x - 3)^2 = 0$ قابل قبول است؛ پس:

$$x^2 + (a - m)x + 9 = x^2 - 6x + 9 \rightarrow a - m = -6 \Rightarrow a = m - 6$$

$$\text{ب) } \frac{x+a}{x+1} = mx \Rightarrow x+a = mx^2 + mx \Rightarrow mx^2 + (m-1)x - a = 0$$

برای آنکه این معادله، دارای ریشه مضاعف باشد، باید:

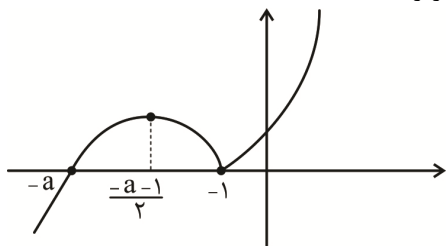
$$\Delta = 0 \Rightarrow (m-1)^2 - 4m(-a) = 0 \xrightarrow{a=m-6} (m-1)^2 + 4m(m-6) = 0$$

$$\Rightarrow 5m^2 - 26m + 1 = 0 \rightarrow m = \frac{26}{5} \xrightarrow{a=m-6} \text{مجموع مقادیر ممکن } m = \frac{26}{5}$$

$$a = \frac{26}{5} - 12 = \frac{-34}{5} = -6\frac{4}{5}$$

۱۵. گزینه ۲ درست است.

نمودار تابع $f(x) = (x+a)|x+1|$ با فرض $a > 1$ ($-a < -1$) به صورت زیر است:



بزرگ‌ترین بازه‌ای که به‌ازای هر x_1 و x_2 متعلق به آن، داشته باشیم:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

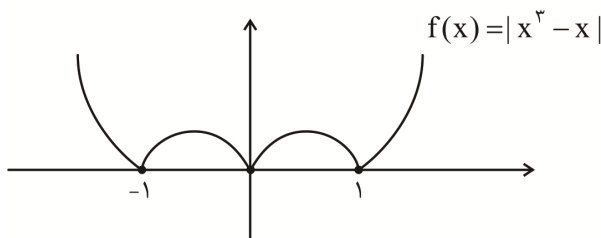
بزرگ‌ترین بازه‌ای است که تابع در آن، اکیداً نزولی است. با توجه به نمودار، این بازه به صورت $(-\frac{a-1}{2}, -1)$ است و از

مقایسه آن با بازه $(b, b+2)$ در صورت تست داریم:

$$\begin{cases} -\frac{a-1}{2} = b \\ -1 = b+2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = -3 \end{cases} \rightarrow a+b = 2$$

۱۶. گزینه ۱ درست است.

به نمودار این تابع توجه کنید:



واضح است که تقعر نمودار تابع در $x = -1$ و $x = 1$ تغییر می‌کند و $m = 2$ است، اما دقت کنید که هیچکدام از این دو نقطه، عطف نیستند، چون شرط امکان رسم مماس واحد بر آن‌ها وجود ندارد (نقاط گوشه)، پس $n = 0$ و $m + n = 2$ می‌باشد.

۱۷. گزینه ۴ درست است.

اندازه اضلاع مثلث به صورت ۱۹، ۲، ۳a است. نامساوی مثلثی را برای اضلاع این مثلث می نویسیم:

$$\left. \begin{aligned} a + 3a + 2 &> 19 \rightarrow a > \frac{17}{4} \\ a + 19 &> 3a + 2 \rightarrow \frac{17}{2} > a \\ 3a + 2 + 19 &> a \rightarrow a > \frac{-21}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{17}{4} < a < \frac{17}{2}$$

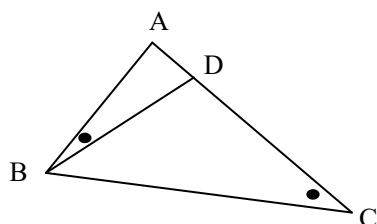
با توجه به اینکه a عدد طبیعی است؛ پس:

$$41 = \text{محیط} \rightarrow 5, 17, 19 \rightarrow a = 5: \text{حداقل محیط}$$

$$53 = \text{محیط} \rightarrow 8, 19, 26 \rightarrow a = 8: \text{حداکثر محیط}$$

تفاضل برابر ۱۲ است.

۱۸. گزینه ۴ درست است.

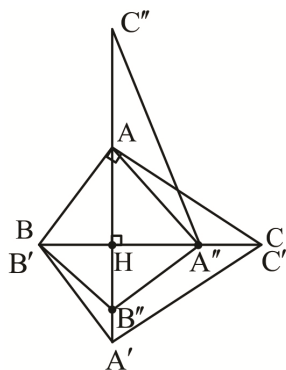


$$\text{محیط } ABC = 5 + 6 + 7 = 18$$

$$\Delta ABD \sim \Delta ABC \begin{cases} A = A \\ \hat{A}BD = \hat{A}CB \end{cases} \xrightarrow{\text{ز ز}} \frac{AB}{AC} = \frac{\text{محیط } ABD}{\text{محیط } ABC}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{\text{محیط } ABD}{12} \Rightarrow \text{محیط } ABD = 10$$

۱۹. گزینه ۲ درست است.



چون محور بازتاب BC است، پس B، C به نقاط ثابت تبدیل خواهند شد. اما بازتاب A نسبت به BC به این صورت مشخص می شود که AH را به اندازه خود امتداد می دهیم تا به A' برسیم. در مرحله بعد، دوران نقاط A'، B' و C' را حول H و ۹۰° انجام می دهیم که مثلث A''B''C'' حاصل می شود.

با توجه به روابط طولی در مثلث قائم الزاویه داریم:

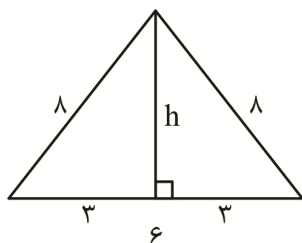
$$AH^2 = BH \times CH = 36 \Rightarrow AH = 6$$

از طرفی بازتاب به دوران طولپا هستند، پس:

$$BH = B''H = 4, AH = A'H = A''H = 6 \Rightarrow S_{\Delta ABH} = S_{\Delta A''B''H} = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12$$

$$S_{\Delta BHB''} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8, S_{\Delta AA''H} = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18 \Rightarrow S_{AA''B''B} = 18 + 8 + 2 \times 12 = 50 \quad (*)$$

۲۰. گزینه ۳ درست است.



$$h^2 = 8^2 - 3^2 = 55$$

$$h = \sqrt{55}$$

$$S = \frac{\sqrt{55} \times 6}{2} = 3\sqrt{55}$$

$$P = \frac{8+8+6}{2} = 11$$

$$r = \frac{s}{p} = \frac{3\sqrt{55}}{11}$$

$$R = \frac{abc}{4s} = \frac{8 \times 8 \times 6}{4(3\sqrt{55})}$$

$$\frac{R}{r} = \frac{\frac{32}{\sqrt{55}}}{\frac{3\sqrt{55}}{11}} = \frac{32}{15}$$

۲۱. گزینه ۴ درست است.

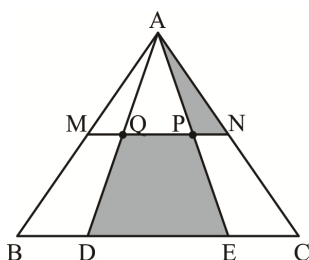
$$|A| = 0 \Rightarrow |A| = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 0 \Rightarrow \cos 2\theta = 0$$

$$2\theta = k\pi + \frac{\pi}{2} \xrightarrow{0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}} 2\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

$$|B| = -\sqrt{2} \sin \theta = -\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -1$$

$$|2B| + |B^{-1}|^2 = 2^2 |B| + \left(\frac{1}{|B|} \right)^2 = 4(-1) + (-1) = -5$$

۲۲. گزینه ۲ درست است.



$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$BD = x, DE = 2BD = 2x, EC = 2BD = 2x$$

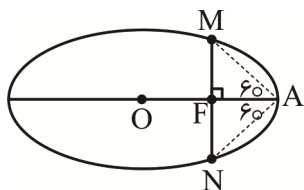
$$\frac{PN}{EC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{PN}{2x} = \frac{1}{2} \Rightarrow PN = x$$

$$\frac{PQ}{DE} = \frac{AQ}{AD} \Rightarrow \frac{PQ}{2x} = \frac{1}{2} \Rightarrow PQ = \frac{3}{2}x$$

از طرفی ارتفاع مثلث $\triangle APN$ و ارتفاع دوزنقه PQDE برابر است.

$$\frac{S_{APN}}{S_{PQDE}} = \frac{PN}{(PQ + DE)} = \frac{x}{\frac{3}{2}x + 2x} = \frac{1}{\frac{3}{2} + 2} = \frac{2}{9}$$

۲۳. گزینه ۲ درست است.



$$MF = \frac{b^2}{a}, AF = a - c$$

$$\tan 60^\circ = \frac{MF}{AF} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{\frac{b^2}{a}}{a - c}$$

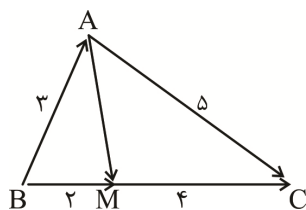
$$\sqrt{3} = \frac{b^2}{a(a - c)} = \frac{(a - c)(a + c)}{a(a - c)}$$

$$\sqrt{3} = 1 + \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{c}{a} = \sqrt{3} - 1$$

۲۴. گزینه ۳ درست است.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} A + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} &= 3A - 2I \Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} A - 3A = -\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} - 2I \\ \Rightarrow \left(\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} - 3I \right) A &= -\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \right) A = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} A &= \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow A &= \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -7 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow \text{جمع} = -4 \end{aligned}$$

۲۵. گزینه ۱ درست است.



اگر $\overrightarrow{AM}$ را به صورت جمع برداری بنویسیم داریم:

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = (\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{BA}) \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$$

پس لازم است $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ را محاسبه کنیم:

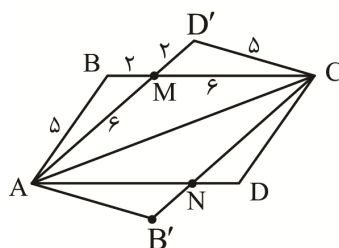
$$\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow |\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}| = |\overrightarrow{AC}|$$

$$|\overrightarrow{BC}|^2 + |\overrightarrow{BA}|^2 - 2\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} = |\overrightarrow{AC}|^2$$

$$36 + 9 - 2\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} = 25$$

$$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} = 10$$

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = 2(6) - 10 = 2$$



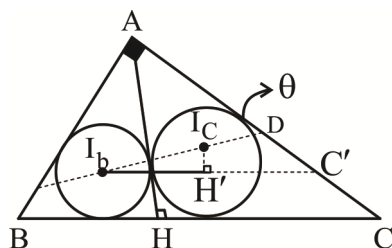
۲۶. گزینه ۲ درست است.

مطابق شکل نقاط B و D پس از بازتاب روی B' و D' تصویر شده‌اند و ناحیه مشترک همان لوزی AMCN است؛ پس طول ضلع لوزی برابر ۶ و $BM = 2$ است. به کمک رابطه استوارت در مثلث ACD' داریم:

$$AD' \cdot (CM' + MA \cdot MD') = MD' \cdot AC' + AM \cdot CD'$$

$$8(36 + 12) = 2AC' + 6 \times 25$$

$$\Rightarrow AC' = 117 \Rightarrow AC = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$$



$$\triangle ABH \sim \triangle ACH \Rightarrow \frac{r_b}{r_c} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$$

۲۷. گزینه ۴ درست است.

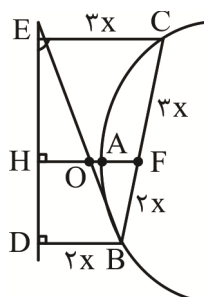
از I_b موازی با BC رسم می‌کنیم.

$$\sin(I_b) = \frac{I_c H'}{I_b H'} = \frac{r_c - r_b}{r_c + r_b} = \frac{1}{7}$$

۲۸. گزینه ۳ درست است.

$$y' = 4(x - y) \Rightarrow y' + 4y + 4 = 4x + 4 \Rightarrow (y + 2)' = 4(x + 1)$$

$$A(-1, -2), a=1, F(0, -2), HF=2$$



$$\frac{BF}{FC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} BF = 2x \\ FC = 3x \end{cases}$$

در ذوزنقه DBCE داریم:

$$\triangle BEC : OF \parallel EC \Rightarrow \frac{BF}{BC} = \frac{OF}{EC} \Rightarrow \frac{2x}{5x} = \frac{OF}{3x} \Rightarrow OF = \frac{6x}{5}$$

$$\triangle EDB : OH \parallel DB \Rightarrow \frac{3x}{5x} = \frac{HO}{2x} \Rightarrow OH = \frac{6x}{5}$$

$$OF + OH = 2 \Rightarrow \frac{12x}{5} = 2 \Rightarrow x = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

$$BC = 5x = 5\left(\frac{5}{6}\right) = \frac{25}{6}$$

۲۹. گزینه ۴ درست است.

$$\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q \equiv (\sim p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \sim p) \equiv (p \vee q) \wedge (\sim q \vee \sim p) \equiv (p \vee q) \wedge \sim(p \wedge q)$$

۳۰. گزینه ۴ درست است.

$$|(A \cap B) - C| = |A \cap B| - |A \cap B \cap C| = \left[\frac{150}{2 \times 3} \right] - \left[\frac{150}{2 \times 3 \times 5} \right] = \left[\frac{150}{6} \right] - \left[\frac{150}{30} \right] = 25 - 5 = 20$$

۳۱. گزینه ۱ درست است.

$$P \text{ (حداقل یکی)} = 1 - P \text{ (هیچکدام)} = 1 - P(A' \cap B' \cap C') = 1 - P(A')P(B')P(C') = 0.76$$

$$\Rightarrow 1 - (1 - 0.5)(1 - 0.4)(1 - P(C)) = 0.76$$

$$\Rightarrow 0.5 \times 0.6 \times (1 - P(C)) = 0.24 \Rightarrow 1 - P(C) = \frac{24}{30} = \frac{4}{5} \Rightarrow P(C) = \frac{2}{5}$$

۳۲. گزینه ۳ درست است.

A: یک روی کارت قرمز باشد

B: روی دیگر کارت قرمز باشد

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{10} \times \frac{2}{2}}{(\frac{3}{10} \times \frac{2}{2}) + (\frac{7}{10} \times \frac{1}{2})} = \frac{6}{6+7} = \frac{6}{13}$$

۳۳. گزینه ۱ درست است.

اگر فضای نمونه را مجموعه $\{1, 3, 4, 3', 5, 6\}$ فرض کنیم آنگاه:

$$n(S) = \binom{6}{3} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

اگر هر نمونه ۳ تایی را به صورت $\{a, b, c\}$ در نظر بگیریم، آنگاه مطلوب آن است که میانگین این نمونه برابر ۴ باشد:

$$\frac{a+b+c}{3} = 4 \Rightarrow a+b+c = 12$$

پس در میان ۲۰ نمونه ۳ تایی آنهایی مطلوب هستند که حاصل جمع ۳ عدد برابر با ۱۲ باشد، این نمونه‌ها عبارتند از:

$$\{1, 5, 6\}, \{3, 4, 5\}, \{3', 4, 5\}, \{3, 3', 6\}$$

$$\frac{4}{20} = \frac{2}{10} = 0.2 \Rightarrow \text{بنابراین احتمال مطلوب برابر است با: } 0.2$$

۳۴. گزینه ۴ درست است.

$$\begin{cases} m | n^2 + 3 \Rightarrow m | 4(n^2 + 3) \\ m | 2n - 1 \Rightarrow m | (2n - 1)(2n + 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m | 4n^2 + 12 \\ m | 4n^2 - 1 \end{cases} \Rightarrow m | 13$$

$$\Rightarrow m = 1 \text{ یا } 13$$

بنابراین $m = 13$ است و باید باقی‌مانده تقسیم $67^{5 \times 13} + 5 \times 13$ را بر ۱۳ بیابیم:

$$\begin{cases} 67^{13} \equiv 2 \\ 65^{13} \equiv 0 \end{cases} \Rightarrow 67^{65} + 65^{13} \equiv 2^{65}$$

$$2^4 \equiv 3 \Rightarrow 2^5 \equiv 6 \Rightarrow 2^6 \equiv 12 \equiv -1 \xrightarrow{\text{توان } 2} 2^{12} \equiv 1 \xrightarrow{\text{توان } 5} 2^{60} \equiv 1 \xrightarrow{\times 2^5} 2^{65} \equiv 6 \Rightarrow 2^4 \equiv 3 \Rightarrow 2^5 \equiv 6 \Rightarrow 2^6 \equiv 12 \equiv -1 \xrightarrow{\text{توان } 2} 2^{12} \equiv 1 \xrightarrow{\text{توان } 5} 2^{60} \equiv 1 \xrightarrow{\times 2^5} 2^{65} \equiv 6$$

۳۵. گزینه ۲ درست است.

$$x \equiv 2, y \equiv 3, x+y = 579 \Rightarrow x+y \equiv 579 \Rightarrow x+3 \equiv 579$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \equiv 2 \\ x \equiv 576 \equiv 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \equiv 2 \equiv 2 + 35 \equiv 37 \\ x \equiv 4 \equiv 15 \equiv 26 \equiv 37 \end{cases} \Rightarrow x \equiv 37$$

$$\Rightarrow x = 77k + 37$$

X و Y اعدادی طبیعی هستند؛ بنابراین باید $X \leq 579$ باشد:

$$\Rightarrow 100 \leq 77k + 37 \leq 579 \Rightarrow 63 \leq 77k \leq 542$$

$$\Rightarrow 1 \leq k \leq 7 \Rightarrow \begin{cases} k=1 \Rightarrow x=114 \\ k=7 \Rightarrow x=576 \end{cases}$$

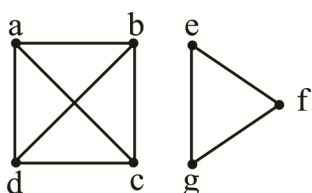
$$\Rightarrow \text{میانگین} = \frac{114 + 576}{2} = \frac{690}{2} = 345$$

۳۶. گزینه ۳ درست است.

ابتدا ۶۴۸ را به حاصلضرب اعداد اول تجزیه می‌کنیم:

$$648 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

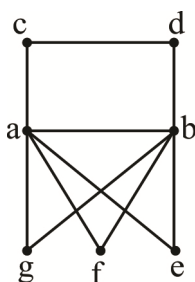
این گراف ناهمبند است و با رسم یک یال همبند می‌شود؛ پس از دو بخش تشکیل شده است و با توجه به درجات رأس‌ها، تنها گراف ممکن به شکل زیر خواهد بود:



این گراف ۵ دور به طول ۳ دارد که عبارتند از:
 $abca - abda - acda - bcdb - efge$

۳۷. گزینه ۱ درست است.

با توجه به درجات رأس‌ها و در نظر گرفتن این که رأس‌های a و b مجاورند، شکل این گراف به صورت مقابل است و مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم آن، مجموعه‌های $\{a, b\}$ ، $\{a, c\}$ ، $\{a, d\}$ ، $\{b, c\}$ و $\{b, d\}$ هستند.



۳۸. گزینه ۲ درست است.

اگر x_i را تعداد حروف a در مکان i ام فرض کنیم، آنگاه با توجه به شرایط مسئله خواهیم داشت:

$$\begin{matrix} \boxed{1} & 2 & \boxed{4} & 6 & \boxed{6} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \text{مکان اول} & \text{مکان دوم} & \text{مکان سوم} & \text{مکان چهارم} & \text{مکان پنجم} \end{matrix}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 \\ x_2 \geq 2, x_3 \geq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7 - (2 + 2) = 3 \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{تعداد جواب‌ها} = \binom{6}{3} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

۳۹. گزینه ۲ درست است.

باید تمام گزینه‌ها را بررسی کنیم. در ابتدا متوجه می‌شویم که B_4 مربع لاتین نیست؛ زیرا در ستون سوم دو عدد ۱ وجود دارد. پس فقط B_1 ، B_2 و B_3 را بررسی می‌کنیم:

$$AB_1 = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 12 & & & \\ \hline & & & \\ \hline & 12 & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array}$$

متعامد نیستند.

$$AB_2 = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 14 & 23 & 31 & 42 \\ \hline 32 & 41 & 13 & 24 \\ \hline 21 & 12 & 44 & 33 \\ \hline 43 & 34 & 22 & 11 \\ \hline \end{array}$$

هیچ عدد دو رقمی تکراری وجود ندارد
 پس A و B_2 متعامدند.

$$AB_3 = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline & & 13 & \\ \hline & & & \\ \hline & & & 13 \\ \hline \end{array}$$

متعامد نیستند.

۴۰. گزینه ۱ درست است.

تعداد کل جایگشت‌ها برابر با: $\frac{7!}{3!} = 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$ است. حالا تعداد جایگشت‌هایی را به دست می‌آوریم که هیچ دو حرف بزرگ کنار هم نباشند. برای این کار حروف کوچک را طوری کنار هم می‌چینیم که بین هر دو حرف کوچک فقط یک جای خالی باشد. حالا ابتدا برای ۳ حرف A، B و C، ۳ مکان از ۵ مکان موجود را $\square d \square d \square d \square e \square$ انتخاب می‌کنیم و حروف بزرگ را در آن‌ها قرار می‌دهیم و در انتها جایگشت‌های حروف کوچک با هم و جایگشت‌های حروف بزرگ با هم را حساب می‌کنیم:

$$\binom{5}{3} \times 3! \times \frac{4!}{3!} = 10 \times 24 = 240$$

بنابراین ۸۴۰ کارت موجود به دو دسته ۲۴۰ تایی و ۶۰۰ تایی افزایش می‌شود که در گروه اول هیچ دو حرف بزرگ کنار هم نیستند و در گروه دوم حداقل دو حرف بزرگ کنار هم هستند. برای رخ دادن مطلوب مسئله، بدترین حالت آن است که تمام ۶۰۰ کارت گروه دوم انتخاب شوند. در این شرایط در میان این ۶۰۰ کارت هیچ کارت مطلوبی وجود ندارد. بنابراین حداقل مقدار k برابر است با: $600 + 1 = 601$

فیزیک

۴۱. گزینه ۳ درست است.

$$[A] \times \frac{m}{s^2} = m \rightarrow [A] = s^2$$

$$[B] \times \left(\frac{m}{s}\right)^2 = m \rightarrow [B] = \frac{s^2}{m}$$

(دهم - فصل ۱)

۴۲. گزینه ۲ درست است.

چگالی کره جدید باید حداکثر $\rho' = 1000 \frac{kg}{m^3}$ باشد. پس حجم کره باید حداقل ۸ برابر شود.

$$V' = 8V \rightarrow 4\pi R'^3 = 8 \times 4\pi R^3 \rightarrow R'^3 = 8R^3 \xrightarrow{\sqrt[3]{\quad}} R' = 2R$$

(دهم - فصل ۱)

۴۳. گزینه ۲ درست است.

$$P + \rho_2 g \Delta h_2 - \rho_1 g \Delta h_1 = P_0$$

$$P + 4000 \times 10 \times \frac{5}{100} - 2000 \times 10 \times \frac{5}{100} = 98 \times 10^3$$

$$P = 98 \times 10^3 + 10^3 - 2 \times 10^3 = 97 \times 10^3 \text{ Pa}$$

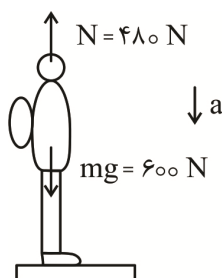
(دهم - فصل ۲)

۴۴. گزینه ۳ درست است.

(پ) نادرست است. اگر مایعی را به کندی سرد کنیم، معمولاً جامد بلورین تشکیل می‌شود. (دهم - فصل ۲)

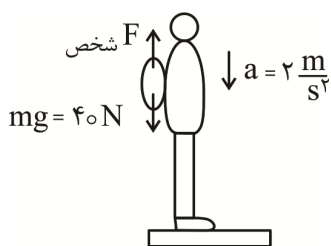
۴۵. گزینه ۲ درست است.

ابتدا شتاب آسانسور را حساب می‌کنیم:



$$a = \frac{F_{net}}{m} = \frac{600 - 480}{56 + 4} = \frac{120}{60} = 2 \frac{m}{s^2} \downarrow$$

سپس نیروهای وارد بر کوله را حساب می‌کنیم:



$$F_{\text{net}} = ma \rightarrow ۴۰ - F_{\text{شخص}} = ۴ \times ۲ \rightarrow F_{\text{شخص}} = ۳۲ \text{ N}$$

حالا جابه‌جایی شخص (و کوله) را حساب می‌کنیم:

$$d = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \times (۲)(۵)^2 = ۲۵ \text{ m}$$

در آخر کاری که شخص روی کوله انجام می‌دهد را حساب می‌کنیم. دقت کنید که نیرو خلاف جهت جابه‌جایی است.

$$W = F \cdot d \cdot \cos \theta = ۳۲ \times ۲۵ \times (-۱) = -۸۰۰ \text{ J}$$

(دهم - فصل ۳ / دوازدهم - فصل ۲)

۴۶. گزینه ۴ درست است.

$$\frac{1}{2}(\frac{1}{2}mv^2) = mc\Delta\theta \rightarrow \frac{1}{4} \times (۲۰۰)^2 = ۴۰۰ \times \Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = \frac{۱۰۰}{۴} = ۲۵^\circ \text{C}$$

(دهم - فصل ۴)

۴۷. گزینه ۱ درست است.

$$c\Delta\theta_{\text{گرماسنج}} + (mc\Delta\theta)_{\text{آب}} = -(mc\Delta\theta)_{\text{فلز}} \rightarrow ۱۰۰۰ \times ۳ + ۲ \times ۴۲۰۰ \times ۳ = ۱ \times c \times ۴۷$$

$$\rightarrow ۳(۱۰۰۰ + ۸۴۰۰) = c \times ۴۷ \rightarrow c = \frac{۳ \times ۹۴۰۰}{۴۷} = ۶۰۰ \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ \text{C}}$$

(دهم - فصل ۴)

۴۸. گزینه ۱ درست است.

قسمت پائینی شاخص‌های فولادی لوله سمت راست و چپ به ترتیب دمای بیشینه و دمای کمینه و سطح جیوه در دو طرف دمای فعلی اتاق را نشان می‌دهند. (دهم - فصل ۴)

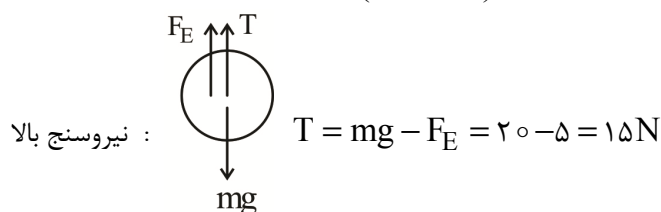
۴۹. گزینه ۳ درست است.

$$\left. \begin{aligned} \Delta V &= V_0 \beta \Delta\theta = ۱۰۰ \times ۱۰^{-۳} \times \Delta\theta \\ \Delta V &= A \Delta h = ۰.۳ \times ۴ = ۱.۲ \text{ cm}^3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow ۱.۲ = ۱۰^{-۱} \times \Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = ۱۲^\circ \text{C}$$

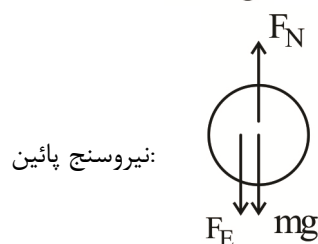
(دهم - فصل ۴)

۵۰. گزینه ۱ درست است.

$$F_E = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2} = \frac{۹ \times ۱۰^9 (۲ \times ۱۰^{-۶})(۴ \times ۱۰^{-۶})}{(۱۲ \times ۱۰^{-۲})^2} = ۵ \text{ N}$$



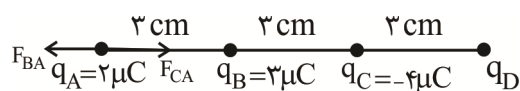
$$T = mg - F_E = ۲۰ - ۵ = ۱۵ \text{ N}$$



$$F_N = mg + F_E = ۲۰ + ۵ = ۲۵ \text{ N}$$

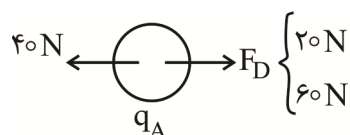
(یازدهم - فصل ۱)

۵۱. گزینه ۴ درست است.



$$F_{BA} = \frac{k |q_B| |q_A|}{r_{BA}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (3 \times 10^{-6}) \times (2 \times 10^{-6})}{(3 \times 10^{-2})^2} = 60 \text{ N}$$

$$F_{CA} = \frac{k |q_C| |q_A|}{r_{CA}^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (4 \times 10^{-6}) \times (2 \times 10^{-6})}{(6 \times 10^{-2})^2} = 20 \text{ N}$$



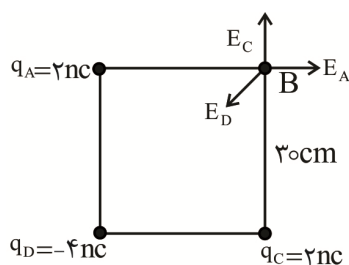
جهت نیروی خالص وارد بر q_A می‌تواند به سمت راست یا چپ باشد، پس F_D می‌تواند 20 N یا 60 N است.

$$F_D = \frac{k |q_A| |q_D|}{r^2} \rightarrow 20 = \frac{9 \times 10^9 \times (2 \times 10^{-6}) |q_D|}{(9 \times 10^{-2})^2} \rightarrow |q_D| = 9 \mu\text{C}$$

$$F_D = \frac{k |q_A| |q_D|}{r^2} \rightarrow 60 = \frac{9 \times 10^9 \times (2 \times 10^{-6}) |q_D|}{(9 \times 10^{-2})^2} \rightarrow |q_D| = 27 \mu\text{C}$$

در هر دو حالت نیروی F_D به سمت راست است، پس در هر دو حالت q_D منفی است. (یازدهم - فصل ۱)

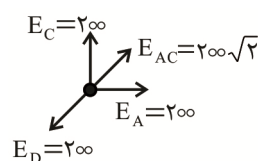
۵۲. گزینه ۱ درست است.



$$E_A = E_C = \frac{Kq}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-9}}{(0.3)^2} = 200 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E_D = \frac{Kq}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-9}}{(0.3 \times \sqrt{2})^2} = 200 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E_{\text{net}} = 200\sqrt{2} - 200 = 200(\sqrt{2} - 1) = 200(0.4) = 80 \text{ N}$$



(یازدهم - فصل ۱)

۵۳. گزینه ۱ درست است.

$$R = \rho_o \frac{L}{A} = 2 \times 10^{-6} \times \frac{1/5}{3 \times 10^{-6}} = 1 \Omega$$

(یازدهم - فصل ۲)

۵۴. گزینه ۲ درست است.

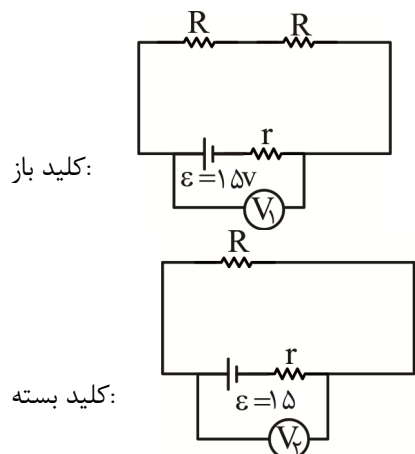
$$P = \varepsilon I$$

معادله توان تولیدی باتری به صورت روبه‌رو است.

پس نمودار به صورت خطی راست و گذرا از مبدأ است.

(یازدهم - فصل ۲)

۵۵. گزینه ۲ درست است.



$$\frac{V_1}{\varepsilon} = \frac{R + R}{R + R + r} \rightarrow \frac{1.0}{1.5} = \frac{2R}{2R + r} \rightarrow R = r$$

$$\frac{V_2}{\varepsilon} = \frac{R}{R + r} \rightarrow \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \rightarrow V = \frac{1}{2}\varepsilon = 0.75V$$

(یازدهم - فصل ۲)

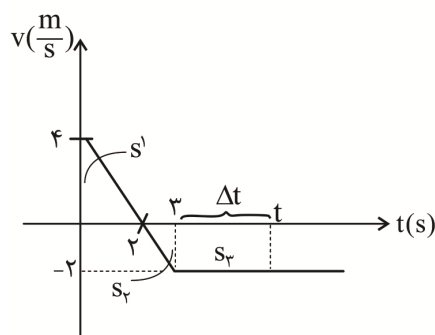
۵۶. گزینه ۱ درست است.

موارد ب و پ درست هستند. (یازدهم - فصل ۳)

۵۷. گزینه ۳ درست است.

(یازدهم - فصل ۴)

۵۸. گزینه ۳ درست است.



$$\begin{aligned} \Delta x &= 0 \rightarrow S_1 + S_2 + S_3 = 0 \\ 4 + (-1) + S_3 &= 0 \rightarrow S_3 = -3m \\ \Delta t \times (-2) &= -3 \rightarrow \Delta t = 1.5s \\ \rightarrow t &= 3 + 1.5 = 4.5s \end{aligned}$$

(دوازدهم - فصل ۱)

۵۹. گزینه ۴ درست است.

حداکثر فاصله دو جسم در لحظه $t = 10s$ رخ می‌دهد.

$\xrightarrow{v}$
 $\xrightarrow{v+2}$
 A ————— B
 $\Delta x_2 = (v + 2) \times 10 = 10v + 20$
 $\Delta x_1 = v \times 10 = 10v$
 $\Delta x_{\max} = (10v + 20) - (10v) = 20m$

(دوازدهم - فصل ۱)

۶۰. گزینه ۳ درست است.

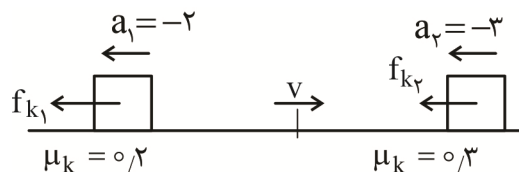
$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0, \quad v = at + v_0 \\ x_0 &= 0, \quad t = 4s \rightarrow x = 24m, \quad t = 4s \rightarrow v = 0 \\ 24 &= \frac{1}{2}a(4) + v_0(4), \quad 0 = a(4) + v_0 \rightarrow a = -\frac{3m}{s^2}, \quad v_0 = 12\frac{m}{s} \\ \rightarrow x &= -\frac{3}{2}t^2 + 12t \begin{cases} t_1 = 2s \rightarrow x_1 = -6 + 24 = 18m \\ t_2 = 4s \rightarrow x_2 = 24m \\ t_3 = 8s \rightarrow x_3 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_1 &= x_2 - x_1 = 24 - 18 = 6 \text{ m} \\ \Delta x_2 &= x_3 - x_2 = 0 - 24 = -24 \text{ m} \end{aligned} \right\} \rightarrow \ell = |\Delta x_1 + \Delta x_2| = 6 + 24 = 30 \text{ m}$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{30}{6} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(دوازدهم - فصل ۱)

۶۱. گزینه ۴ درست است.



$$a_1 = -\mu_k g = -(0.2)(10) = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

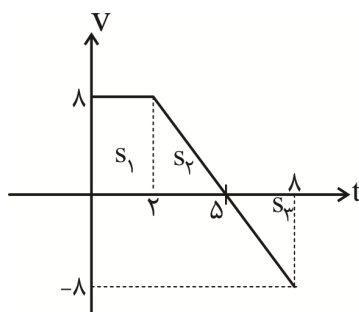
$$a_2 = -\mu_k g = -(0.3)(10) = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v^2 - 10^2 = 2 \times (-2) \times 16 \rightarrow v^2 = 100 - 64 = 36 \rightarrow v = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$0 - 36 = 2 \times (-3) \times d \rightarrow d = 6 \text{ m} \rightarrow 6 + 16 = 22 \text{ m}$$

(دوازدهم - فصل ۲)

۶۲. گزینه ۴ درست است.



$$p = mv \rightarrow v = \frac{p}{m} = \frac{p}{\frac{1}{2}} = 2p$$

ابتدا نمودار $v-t$ را به کمک نمودار $p-t$ رسم می‌کنیم:

$$\ell = S_1 + |S_2| + |S_3| = 16 + 12 + 12 = 40 \text{ m}$$

(دوازدهم - فصل ۲)

۶۳. گزینه ۴ درست است.

$$g = G \frac{M}{R^2} \rightarrow \frac{g'}{g} = \frac{M'}{M} \times \left(\frac{R}{R'}\right)^2 = 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} = 75\%$$

(دوازدهم - فصل ۲)

۶۴. گزینه ۱ درست است.

$$f_k = \mu_k + F_N = 0.4 \times 5 = 2 \text{ N}$$

$$a = \frac{F_{net}}{m} = \frac{F - f}{m} \Rightarrow 1 = \frac{F - 2}{0.5} \rightarrow F = 6 \text{ N}$$

$$k = \frac{F}{\Delta x} = \frac{6}{0.12} = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{50}{0.5}} = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{5} \text{ s}$$

(دوازدهم - فصل ۳)

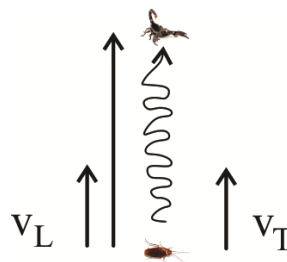
۶۵. گزینه ۴ درست است.

$$\Delta x = v_L \times \Delta t_L, \Delta x = v_T \times \Delta t_T$$

$$v_L \times \Delta t_L = v_T \times \Delta t_T \rightarrow \frac{\Delta t_T}{\Delta t_L} = \frac{v_L}{v_T} = 3$$

$$\Delta t = \Delta t_T - \Delta t_L = 2\Delta t_L = 0.2s \rightarrow \begin{cases} \Delta t_L = 0.1s \\ \Delta t_T = 0.3s \end{cases}$$

$$\Delta x = v_T \times \Delta t_L = 50 \times 0.1 = 5m$$



(دوازدهم - فصل ۳)

۶۶. گزینه ۴ درست است.

$$I = \frac{P}{4\pi d^2} \rightarrow 10^{-12} = \frac{12}{12 \times d^2} \rightarrow d^2 = 10^{12} \rightarrow d = 10^6 m$$

(دوازدهم - فصل ۳)

۶۷. گزینه ۳ درست است.

$$E = I \cdot A \cdot \Delta t = 0.5 \times 3 \times 10^{-6} \times 1 = 1.5 \times 10^{-6} J$$

$$E = n \frac{hc}{\lambda} \rightarrow 1.5 \times 10^{-6} = n \times \frac{6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{6 \times 10^{-7}} \rightarrow n = 5 \times 10^{11}$$

(دوازدهم - فصل ۵)

۶۸. گزینه ۱ درست است.

(دوازدهم - فصل ۶)

۶۹. گزینه ۳ درست است.

$$W = -P\Delta V = -(10^5) \times (-0.1 \times 10^{-3}) = 10 J$$

$$Q = -25 J$$

$$\Delta u = Q + W = (-25) + (10) = -15 J$$

(دهم - فصل ۵)

۷۰. گزینه ۳ درست است.

$$W = S = \frac{(2+6) \times 10^{-3}}{2} \times 2 \times 10^5 = 400 J$$

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{400}{0.2} = 2000 W$$

(دهم - فصل ۵)

۷۱. گزینه ۲ درست است.

مدت زمان طی کردن ۲۰ متر اول و ۴۰ متر اول حرکت گلوله را به دست می آوریم:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \begin{cases} -20 = -\frac{1}{2}gt_1^2 \rightarrow t_1 = 2s \\ -40 = -\frac{1}{2}gt_2^2 \rightarrow t_2 = 2\sqrt{2}s \end{cases}$$

بنابراین گلوله در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 2\sqrt{2}s$ ، ۲۰ متر دوم را طی می کند. تندی متوسط را به دست می آوریم.

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{20}{2\sqrt{2}-2} = \frac{10}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = 10(\sqrt{2}+1) \frac{m}{s}$$

(دوازدهم - فصل ۱)

۷۲. گزینه ۱ درست است.

$$\frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3} \rightarrow \frac{\lambda}{27} = \sqrt{\left(\frac{r_B}{r_A}\right)^3} \rightarrow \sqrt{\frac{r_B}{r_A}} = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{r_B}{r_A} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{g_A}{g_B} = \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\frac{W_A}{W_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{g_A}{g_B} = 3 \times \frac{4}{9} = \frac{4}{3}$$

(دوازدهم - فصل ۲)

۷۳. گزینه ۴ درست است.

بسامد صوت همان بسامد تار است.

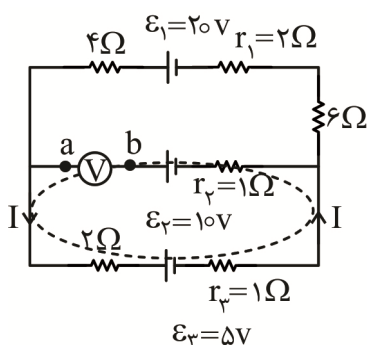
$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{320}{1/6} = 1920 \text{ Hz}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{100}{2 \times 10^{-3}}} = 223.6 \text{ m/s} \rightarrow \lambda' = \frac{v}{f} = \frac{223.6}{1920} = 0.116 \text{ m}$$

(دوازدهم - فصل ۴)

۷۴. گزینه ۲ درست است.

ابتدا جریان مدار را حساب می‌کنیم. دو باتری (۱) و (۳) در جریان مدار نقش دارند؛ پس:



$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3}{R_{eq} + r_1 + r_3} = \frac{20 - 5}{12 + 2 + 1} = 1 \text{ A}$$

حالا از یک سر ولت‌سنج به سر دیگر آن می‌رویم:

$$V_a - 2I - \mathcal{E}_3 - r_3 I + \mathcal{E}_2 = V_b$$

$$V_a - 2 - 5 - 1 + 10 = V_b$$

$$V_a - V_b = -2 \text{ V} \rightarrow \text{عدد ولت‌سنج} = |V_a - V_b| = 2 \text{ V}$$

(یازدهم - فصل ۴)

۷۵. گزینه ۱ درست است.

تعداد دور پیچ را حساب می‌کنیم:

$$N = \frac{L}{2\pi r} = \frac{30}{2\pi \times 0.4} = \frac{75}{2\pi}$$

$$B = \frac{N\mu_0 I}{2r} = \frac{\frac{75}{2\pi} \times 4\pi \times 10^{-7} \times 2}{2 \times 0.4} = 37.5 \times 10^{-6} \text{ T} = 0.375 \text{ G}$$

(یازدهم - فصل ۴)

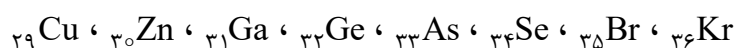
شیمی

۷۶. گزینه ۴ درست است.

عنصرهای دوره چهارم از عدد اتمی ۱۹ تا ۳۶ هستند که از عنصر پتاسیم (K) شروع شده و تا کریپتون (Kr) ادامه دارند.

بررسی موارد:

مورد (الف) نادرست است؛ زیرا ۸ عنصر وجود دارد که زیرلایه ۳d پر شده دارند.



مورد (ب) درست است. عناصری که دارای زیرلایه تک الکترونی هستند؛ عبارتند از:



مورد (پ) درست است. از عناصر ${}_{19}\text{K}$ الی ${}_{30}\text{Zn}$ ، در زیرلایه‌های درونی خود دارای ${}^2p^6$ و ${}^3p^6$ هستند.

مورد (ت) درست است. عناصر ${}_{20}\text{Ca}$ ، ${}_{30}\text{Zn}$ و ${}_{36}\text{Kr}$ مورد نظر هستند. (شیمی ۱ - فصل ۱)

۷۷. گزینه ۲ درست است.

$$\Delta^\circ = \frac{2(16)}{X + 2(16)} \times 100 \Rightarrow X = 32 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$\text{درصد } X \text{ در } \text{XO}_3 = \frac{32}{32 + 3(16)} \times 100 = 40\%$$

عنصر X دارای تعداد پروتون و نوترون برابری است:

$$A = 32 \Rightarrow Z = 16$$

با توجه به عدد اتمی ($Z = 16$)، عنصر X مربوط به دوره سوم جدول است. (شیمی ۱ - فصل ۱)

۷۸. گزینه ۳ درست است.

برای در نظر گرفتن کلیه حالات ممکن از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{تعداد حالات} = \frac{n(n-1)}{2} \rightarrow \frac{7(7-1)}{2} = 21$$

از همه حالات ممکن (۴) انتقال در گستره مرئی است:

$$n = 6 \rightarrow n = 2$$

$$n = 5 \rightarrow n = 2$$

$$n = 4 \rightarrow n = 2$$

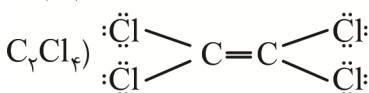
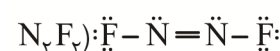
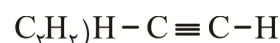
$$n = 3 \rightarrow n = 2$$

$$\frac{4}{21} \times 100 = 19.05 \approx 19\%$$

(شیمی ۱ - فصل ۱)

۷۹. گزینه ۲ درست است.

ساختار مولکول‌ها عبارتند از:



بررسی موارد:

(الف) درست است. C_6H_7 پیوند سه گانه دارد، خطی بوده و ناقطبی است.

(ب) نادرست است؛ زیرا این مولکول‌ها در مجموع ۴۴ الکترون ناپیوندی دارند، درحالی که پارازیلین دارای ۲۱ پیوند (۴۲ الکترون پیوندی) است.

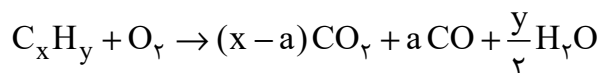
(پ) نادرست است؛ زیرا N_2F_4 و C_2Cl_4 دارای پیوندهای دوگانه هستند؛ اما فقط N_2F_4 ، اتم‌های مرکزی دارای الکترون ناپیوندی است.

(ت) درست است. C_2Cl_4 دارای بیشترین الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در میان مولکول‌های داده شده است.

(شیمی ۱ - فصل ۲)

۸۰. گزینه ۲ درست است.

فرض می‌کنیم در اثر سوختن ناقص هر مول C_xH_y ، a مول کربن مونوکسید (CO) و $(x-a)$ مول کربن دی‌اکسید تولید می‌شود:



$$\frac{8.4g CO}{28g CO} \times \frac{1mol CO}{1mol CO} \times \frac{1mol C_xH_y}{amol CO} = 0.15 \Rightarrow a = 2$$

$$\frac{26.4g CO_2}{44g CO_2} \times \frac{1mol CO_2}{1mol CO_2} \times \frac{1mol C_xH_y}{(x-2)mol CO_2} = 0.15 \Rightarrow x = 6$$

پس این هیدروکربن ۶ اتم کربن دارد.

$$\frac{18.9g H_2O}{18g H_2O} \times \frac{1mol H_2O}{1mol H_2O} \times \frac{2mol C_xH_y}{ymol H_2O} = 0.15 \Rightarrow y = 14$$

هیدروکربن مورد نظر هگزان (C_6H_{14}) است.

$$x + y = 6 + 14 = 20 \Rightarrow \frac{20}{5} = 4$$

(شیمی ۱ - فصل ۲)

۸۱. گزینه ۲ درست است.

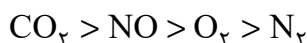
بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱) نادرست است. زیرا نقطه جوش H_2O از HF بیشتر است.

گزینه (۲) درست است. منیزیم سولفات (محلول در آب)، کلسیم سولفات (کم محلول) و باریم سولفات (نامحلول) است.

گزینه (۳) نادرست است؛ زیرا مولکول‌های O_2 و N_2 هر دو ناطبی بوده و گشتاور دو قطبی برابر صفر دارند.

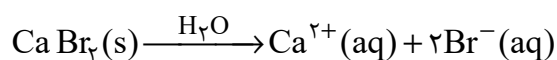
گزینه (۴) نادرست است؛ زیرا ترتیب انحلال‌پذیری در آب به صورت زیر است:



(شیمی ۱ - فصل ۳)

۸۲. گزینه ۴ درست است.

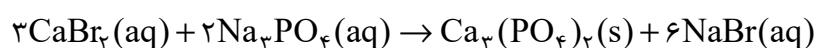
با توجه به معادله تفکیک یونی نمک در آب:



غلظت مولی (Ca^{2+}) برابر با $0.02 mol.L^{-1}$ و غلظت مولی برمید برابر با $0.04 mol.L^{-1}$ خواهد بود.

برای محاسبه غلظت مولی یون برمید (Br^{-}) داریم:

$$\frac{0.04 mol}{1L} = \frac{0.04 mol \times \frac{80g}{1mol}}{1L \times \frac{1000mL}{1L} \times \frac{1.25g}{1mL}} \times 10^6 = 2560 ppm$$



$$750 mL CaBr_2 \times \frac{0.02 mol CaBr_2}{1L CaBr_2} \times \frac{2 mol Na_3PO_4}{3 mol CaBr_2} \times \frac{1L Na_3PO_4}{0.05 mol Na_3PO_4} = 200 mL Na_3PO_4$$

(شیمی ۱ - فصل ۳)

۸۳. گزینه ۴ درست است.

بررسی موارد:

- گزینه (۱) درست است. در حلال‌های قطبی و ناقطبی، میزان انحلال‌پذیری گازها با هم تفاوت دارد.
- گزینه (۲) درست است. انحلال‌پذیری گازها و لیتیم سولفات در آب، نزولی بوده و فرآیندی گرماده هستند.
- گزینه (۳) درست است. مقایسه نیروی جاذبه بین مولکولی به صورت گاز > مایع > جامد درست است و در دمای اتاق یُد به حالت جامد یافت می‌شود.
- گزینه (۴) نادرست است؛ زیرا نقره کلرید یک جامد یونی بوده که در صورت انحلال ناچیز در آب، به صورت یونی حل می‌شود.
- (شیمی ۱ - فصل ۳)

۸۴. گزینه ۲ درست است.

بررسی گزینه‌ها:

- (۱) نادرست است؛ زیرا در دوره چهارم عنصرهای پتاسیم و کلسیم فاقد الکترون‌هایی با مشخصات $(l=2)$ هستند.
- (۲) درست است.

$$ns^2np^5 \Rightarrow ((n+0) \times 2) + ((n+1) \times 5) = 7n + 5$$

- (۳) نادرست است؛ زیرا عنصر مورد نظر سلنیم (34Se) بوده که نسبت به 21M شعاع کمتری دارد.
- (۴) نادرست است؛ زیرا در گروه ۱۴ جدول تناوبی شعاع اتمی کربن کمتر از Si است؛ اما رسانایی الکتریکی آن بیشتر است.
- (شیمی ۲ - فصل ۱)

۸۵. گزینه ۴ درست است.

با توجه به اطلاعات جدول، عنصر مورد نظر عبارت‌اند از:

عنصر	عنصر مورد نظر
X	23V
M	24Cr
112E	48Cd
A	29Cu

بررسی گزینه‌ها:

- (۱) عدد اکسایش اتم وانادیم در VO_2^{+4} برابر ۴+ است، پس این محلول آبی رنگ است.
- (۲) درست است. عنصر M از دسته عنصرهای واسطه است و می‌تواند ترکیب‌های رنگی ایجاد کند.
- (۳) درست است.

$$n = 112 - 48 = 64$$

$$n - p = 64 - 48 = 16$$

- (۴) نادرست است؛ زیرا رنگ شعله مس، سبز رنگ است. (شیمی ۲ - فصل ۱)

۸۶. گزینه ۳ درست است.



بررسی گزینه‌ها:

- (۱) درست است. یک مول از هر اسید را در نظر می‌گیریم:

$$1\text{mol H}_2\text{SO}_4 \times \frac{10\text{mol SO}_2}{10\text{mol H}_2\text{SO}_4} \times \frac{64\text{g SO}_2}{1\text{mol SO}_2} = 64\text{g SO}_2$$

$$1\text{mol H}_3\text{PO}_4 \times \frac{3\text{mol CO}_2}{2\text{mol H}_3\text{PO}_4} \times \frac{44\text{g CO}_2}{1\text{mol CO}_2} = 66\text{g CO}_2$$

(۲) درست است.

$$\text{غلظت مولار اسید} = \frac{10 \times 20 \times 1/225}{98} = 2/5 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$0/1 \text{ LH}_3\text{PO}_4 \times \frac{2/5 \text{ mol H}_3\text{PO}_4}{1 \text{ LH}_3\text{PO}_4} \times \frac{1 \text{ mol P}_4}{10 \text{ mol H}_3\text{PO}_4} \times \frac{124 \text{ g P}_4}{1 \text{ mol P}_4} \times \frac{100}{62} = 5 \text{ g P}_4$$

(۳) نادرست است. در واکنش (I) عدد اکسایش فسفر و گوگرد تغییر کرده است؛ پس واکنش (I) اکسایش - کاهش است.

$$\left. \begin{array}{l} \text{(I) مجموع ضرایب واکنش: } 1+10+4+10+4=29 \\ \text{(II) مجموع ضرایب واکنش: } 3+2+1+3+3=12 \end{array} \right\} 29-12=17$$

(۴) درست است. جرم آب تولید شده را برابر با یک گرم در نظر می گیریم:

$$\frac{\text{جرم اسید (I)}}{\text{جرم اسید (II)}} = \frac{1 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}} \times \frac{10 \text{ mol H}_2\text{SO}_4}{4 \text{ mol H}_2\text{O}} \times \frac{98 \text{ g H}_2\text{SO}_4}{1 \text{ mol H}_2\text{SO}_4}}{1 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}}{18 \text{ g H}_2\text{O}} \times \frac{2 \text{ mol H}_3\text{PO}_4}{3 \text{ mol H}_2\text{O}} \times \frac{98 \text{ g H}_3\text{PO}_4}{1 \text{ mol H}_3\text{PO}_4}} = \frac{30}{8} = 3/75$$

(شیمی ۲ - فصل ۱)

۸۷. گزینه ۲ درست است.

$$Q = mc \Delta \theta = 18 \times 0/4 \times 6 \times \frac{100}{80} = 54 \text{ kJ}$$

$$8 \text{ g} \times \frac{80}{100} \times \frac{1 \text{ mol}}{80 \text{ g}} \times \frac{\Delta H_{\text{واکنش}}}{1 \text{ mol}} = 54 \text{ kJ}$$

$$\Rightarrow \Delta H = -675 \text{ kJ}$$

چون واکنش سوختن گرماده است، علامت ΔH واکنش را منفی می گذاریم.

(شیمی ۲ - فصل ۲)

۸۸. گزینه ۲ درست است.

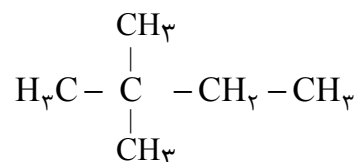
$$5 \times c \times 10 = 150 \text{ J} \Rightarrow c = 3 \text{ J.g}^{-1} . ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$(0/5 \text{ mol} \times \frac{x \text{ g}}{1 \text{ mol}}) \times 3 \times 4 = 516 \text{ J} \Rightarrow x = 86 \text{ g.mol}^{-1}$$

با توجه به جرم مولی به دست آمده مربوط به یک آلکان (هگزان) با فرمول مولکولی $(\text{C}_6\text{H}_{14})$ است.

بررسی موارد (به ترتیب):

الف) درست است، زیرا ساختاری که یک کربن به ۴ اتم کربن دیگر اتصال داشته باشد، دارای عدد اکسایش برابر صفر است:

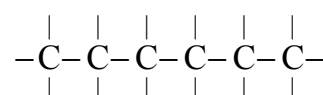


ب) نادرست است؛ زیرا آلکان ها سیر شده هستند و با گاز هیدروژن واکنش نمی دهند.

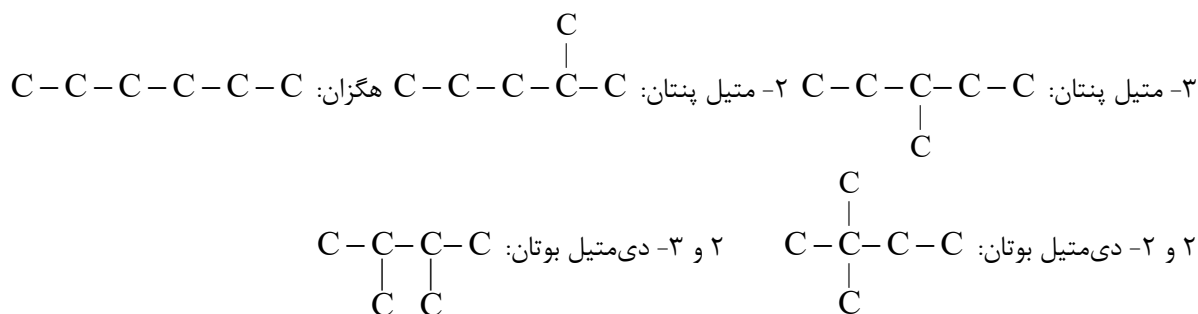
پ) درست است.

$$\text{درصد کربن} = \frac{6(12)}{86} \times 100 = 83/72\%$$

با توجه به ساختار، هیدروکربن دارای (۱۹) پیوند کووالانسی است: (از نمایش هیدروژن ها صرف نظر شده است).



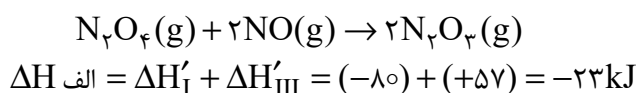
(ت) درست است. ایزومرهای هگزان را رسم و نامگذاری می‌کنیم:



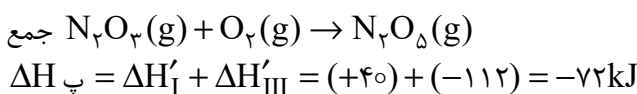
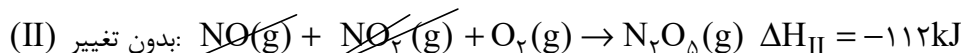
(شیمی ۲ - فصل ۲)

۸۹. گزینه ۴ درست است.

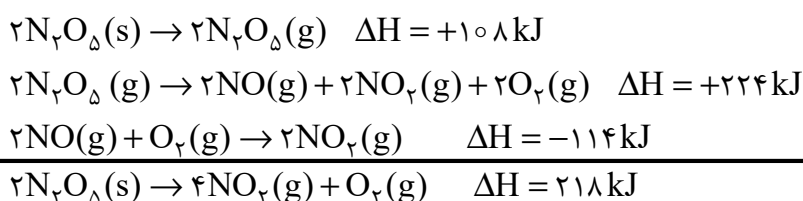
واکنش (الف) از مجموع واکنش‌های (I) و (II) به‌دست می‌آید:



واکنش (پ) از مجموع واکنش‌های (I) و (II) به‌دست می‌آید:



ΔH واکنش (ب) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

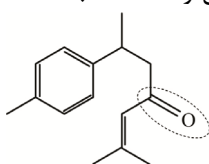


(شیمی ۲ - فصل ۲)

۹۰. گزینه ۱ درست است.

فرمول مولکولی ترکیب (I) عبارت است از: $(C_{15}H_{20}O)$
فرمول مولکولی ترکیب (II) عبارت است از: $(C_{11}H_{15}OX)$
بنابراین: $(X = C_4H_5)$
فرمول مولکولی ترکیب (III) عبارت است از: $(C_{12}H_{13}Y)$
بنابراین: $(Y = C_3H_7O)$
بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست است؛ زیرا ترکیب (III) دارای حلقه بنزنی است، اما گروه عاملی آلدهیدی یا کتونی نمی‌تواند داشته باشد.
(۲) درست است. تعداد کل اتم‌ها: $15 + 20 + 1 = 36$



گروه عاملی کربونیل

۳) درست است. دو پیوند دوگانه $C=C$ در حلقه و دو پیوند دوگانه (یا یک پیوند $C \equiv C$) در بخش C_4H_6 وجود دارد.
 ۴) درست است. اگر در ساختار (III) بخش C_3H_4O دارای گروه اتر باشد، تعداد پیوندهای $C-H$ کل ترکیب، با تعداد پیوند $C-H$ ترکیب (II) برابر است. (اگر هیدروکسیل داشته باشد، برابر نخواهد بود). (شیمی ۲ - فصل ۲)

۹۱. گزینه ۴ درست است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) درست است. سطح انرژی الماس نسبت به گرافیت بیشتر است، بنابراین انرژی پتانسیل بیشتری دارد.
 ۲) درست است. $N \equiv N, H-F$ ، مولکول‌های پایدار هستند و حالت پیوندی دیگری ندارند، آنتالپی پیوندی برای $C \equiv C, C-O$ ، به علت اینکه بخشی از یک ساختار هستند، استفاده از واژه میانگین آنتالپی پیوند مناسب‌تر است.
 ۳) درست است. با افزایش شمار اتم‌های کربن، تعداد پیوندها افزایش یافته و آنتالپی سوختن افزایش می‌یابد و در مقابل ارزش سوختن به‌ازای یک گرم ماده کاهش می‌یابد.

۴) نادرست است؛ زیرا کاتالیزگر مناسب کلردار کردن اتن، $FeCl_3$ است. (شیمی ۲ - فصل ۲)

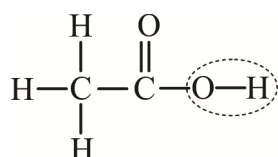
۹۲. گزینه ۲ درست است.

بررسی موارد (به ترتیب):

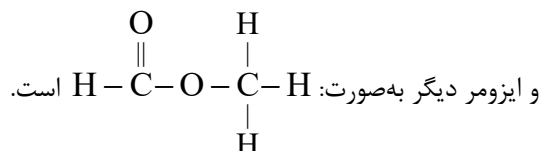
- نادرست است؛ زیرا در واحدهای سازنده نشاسته، کربن، هیدروژن و اکسیژن یافت می‌شود.
- درست است. ساختارهای سیانواتن و کلرواتان به‌صورت زیر هستند.

ساختار	$\begin{array}{c} H & & H \\ & \backslash & / \\ & C = C \\ & / & \backslash \\ H & & C \equiv N: \end{array}$	$\begin{array}{c} H & H \\ & \\ H-C & -C-H \\ & \\ H & :Cl: \end{array}$
جفت الکترون پیوندی	۹	۷
جفت الکترون ناپیوندی	۱	۳
تفاوت	۸	۴

- درست است. همه الکلی‌ها به علت دارا بودن گروه $(-OH)$ در ساختار خود، قادر به تشکیل پیوند هیدروژنی با آب هستند و از آلکان هم‌کربن خود نقطه جوش بالاتری دارد.



- درست است. ساختار ایزومر مورد نظر به‌صورت روبه‌رو است:



و ایزومر دیگر به‌صورت: $H-C(=O)-O-C(=O)-H$ است.

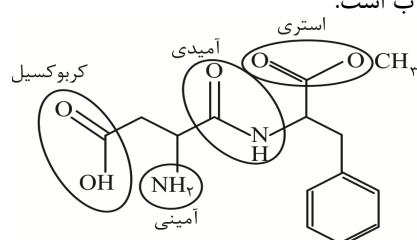
استیک اسید به‌دلیل توانایی در برقراری پیوند هیدروژنی، نقطه جوش بالاتری از متیل متانوات دارد. (شیمی ۲ - فصل ۳)

۹۳. گزینه ۳ درست است.

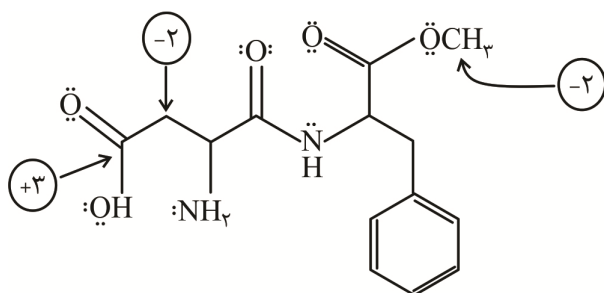
بررسی موارد:

(الف) درست است. این ترکیب به‌دلیل دارا بودن بخش‌های قطبی گسترده، محلول در آب است.

(ب) درست است. گروه‌های عاملی این ترکیب عبارتند از:



(پ) نادرست است؛ زیرا از ناحیهٔ اسیدی توانایی واکنش با اتانول را دارد، اما بر اثر آبکافت گروه استری، متانول تشکیل می‌شود.
(ت) نادرست است؛ هر چند دارای ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی است، اما تفاوت بیشترین و کمترین عدد اکسایش در آن برابر ۵ است.



(شیمی ۲ - فصل ۳)

۹۴. گزینه ۱ درست است.

بررسی شکل:

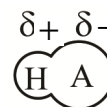
واکنش (I)، HA، یک اسید ضعیف بوده که به میزان کمی در آب یون تولید می‌کند و یونش آن تعادلی است.

واکنش (II)، MOH، یک باز قوی است که به‌طور کامل در آب تفکیک شده است.

بررسی موارد (به ترتیب):

- درست است. برای مواد مولکولی از یونش و برای مواد یونی از واژه تفکیک یونی استفاده می‌شود.
- درست است. محلول (I) اسیدی و محلول (II) بازی است.
- درست است. ترکیب (۱) اسید ضعیف بوده و مادهٔ مولکولی می‌باشد و ترکیب (۲) یک باز قوی بوده که ترکیب یونی محسوب می‌شود.

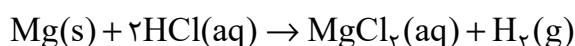
- درست است. محلول (I) اسید ضعیف بوده (الکترولیت ضعیف) و محلول (II) باز قوی است. (الکترولیت قوی)
- درست است. ترکیب (۱) دارای دو قطب منفی و مثبت بوده و قطبی محسوب می‌شود و اتم A دارای خصلت نافلزی بیشتری است.



ترکیب (۱)

(شیمی ۳ - فصل ۱)

۹۵. گزینه ۲ درست است.



$$\text{pH} = -\log(0.2) = 0.7$$

$$\text{pH} = 2 \times 0.7 = 1.4$$

$$[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-1.4} = 4 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Delta[\text{H}^+] = 0.2 - 0.04 = 0.16 \text{ mol.L}^{-1}$$

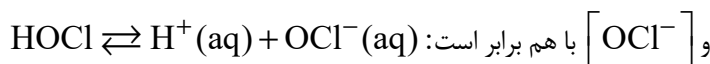
$$0.2 \text{ L HCl} \times \frac{0.16 \text{ mol HCl}}{1 \text{ L HCl}} \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{2 \text{ mol HCl}} \times \frac{25 \text{ L H}_2}{1 \text{ mol H}_2} = 0.4 \text{ L} = 400 \text{ mL}$$

(شیمی ۳ - فصل ۱)

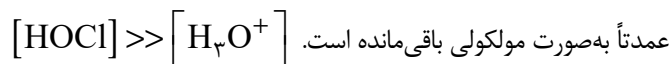
۹۶. گزینه ۳ درست است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱) درست است. HOCl یک ضعیف است و با توجه معادلهٔ یونش اسید که تعادلی است، غلظت یون هیدرونیوم



گزینه (۲) درست است. با توجه به غلظت بسیار کم یون هیدرونیوم نسبت به اسید، با یک تقریب می‌توان گفت که مقدار اولیه اسید



$$\frac{[\text{OH}^-]_f}{[\text{OH}^-]_i} = \frac{10^{-14}}{1/7 \times 10^{-4}} = 5/88 \times 10^{-4}$$

گزینه (۳) نادرست است.

$$K_a = \frac{9/3 \times 10^{-5} \times 9/3 \times 10^{-5}}{0/3} \approx 3 \times 10^{-8} \text{ (mol.L}^{-1}\text{)}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+]$$

گزینه (۴) درست است.

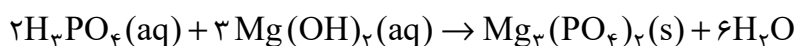
$$\text{pH} = -\log(1/5 \times 10^{-4}) = 3/82$$

(شیمی ۳ - فصل ۱)

۹۷. گزینه ۴ درست است.

بررسی موارد:

الف) نادرست است؛ واکنش انجام شده به صورت زیر است:



این واکنش از نوع اکسایش - کاهش نیست و گونه‌های شرکت کننده در واکنش دچار تغییر عدد اکسایش نشده‌اند.

ب) درست است. هر دو واکنش گفته شده؛ گرماده بوده و دارای ΔH منفی هستند.

پ) نادرست است؛ زیرا مقدار عددی حاصل ضرب $[\text{H}^+][\text{OH}^-]$ در دمای یکسان برای محلول‌های آبی، یکسان است.

ت) درست است. عنصرهایی که در دوره چهارم دارای ۷ الکترون با مشخصات $l=0$ باشند، می‌توانند $(29\text{ Cu} - 24\text{ Cr} - 19\text{ K})$ باشند که همگی فلزی هستند و در ادامه عنصری که در دوره چهارم، با ۵ الکترون و مشخصات $(n=4, l=1)$ است؛ برم بوده

(35 Br) که نافلز می‌باشد. به طور کلی قدرت کاهندگی فلزات از نافلزات بیشتر است. (شیمی ۳ - فصل ۱)

۹۸. گزینه ۱ درست است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) درست است. باتری‌ها به هنگام مصرف، سلول‌های گالوانی محسوب شده، که در آن یک واکنش خودبه‌خودی انجام می‌شود.

آند / کاتد	قطب	نیم واکنش
آند	-	$\text{Cd}(\text{OH})_2(\text{s}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Cd}(\text{s}) + 2\text{OH}^-(\text{aq}) \quad E^\circ = 0/47 \text{ V}$
کاتد	+	$\text{NiO}_2(\text{s}) + 2\text{H}_2\text{O} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Ni}(\text{OH})_2(\text{s}) + 2\text{OH}^-(\text{aq}) \quad E^\circ = 1/68 \text{ V}$

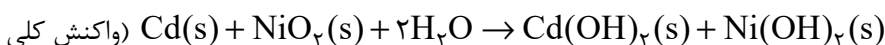
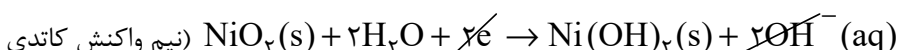
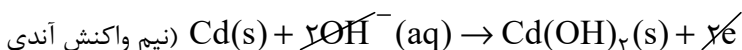
$$\text{emf} = E_c - E_a \Rightarrow \text{emf} = 1/68 - 0/47 = 1/21 \text{ V}$$

۲) نادرست است؛ نیکل II هیدروکسید در قطب مثبت و کادمیم هیدروکسید در قطب منفی تشکیل می‌شود.

۳) نادرست است؛ زیرا با توجه به نیم واکنش $(\text{Cd}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Cd}(\text{s}) \quad E^\circ = 0/47 \text{ V})$ که دارای پتانسیل کاهش

کوچک‌تری نسبت به نیم واکنش روبه‌رو دارد: $\text{Cd}(\text{OH})_2(\text{s}) + 2\text{e}^- \rightarrow \text{Cd}(\text{s}) + 2\text{OH}^-(\text{aq}) \quad E^\circ = 0/47 \text{ V}$

۴) نادرست است؛ زیرا واکنش کلی از جمع دو نیم واکنش آندی و کاتدی حاصل می‌شود:



در این واکنش اکسایش - کاهش، فلز کادمیم، کاهنده و $\text{NiO}_2(\text{s})$ اکسنده است و به ترتیب دارای ضرایب ۱ و ۱ هستند.

(شیمی ۳ - فصل ۲)

۹۹. گزینه ۲ درست است.

بررسی گزینه‌ها:

- (۱) درست است. عدد اکسایش X در XO_4^- برابر $(+7)$ است و خاصیت کاهندگی ندارد.
- (۲) نادرست است؛ اگر D اتم گالیم باشد یون D^{3+} به آرایش الکترونی گاز نجیب نمی‌رسد.
- (۳) درست است. با توجه به اینکه اتم E دارای بیشترین عدد اکسایش $+1$ است (پتاسیم)، متعلق به دسته S جدول است.
- (۴) درست است. فلز M در $M_2O_7^{2-}$ دارای عدد اکسایش $(+6)$ است و فلز A در AO_3^- دارای عدد اکسایش $(+5)$ است. هر دو با بالاترین درجه عدد اکسایش خود هستند. (شیمی ۳ - فصل ۲)

۱۰۰. گزینه ۴ درست است.

- با توجه به اطلاعات سؤال قدرت کاهندگی سه فلز به صورت $X > A > B$ است.
- عبارت (الف) درست است. E° فلز A از E° فلز B کوچک‌تر است.
- عبارت (ب) نادرست است؛ زیرا درباره منفی یا مثبت بودن E° این فلزها نمی‌توان به یقین نظر داد.
- عبارت (پ) نادرست است؛ زیرا ترتیب اکسندگی کاتیون‌ها به صورت $B^{2+} > A^{2+} > X^{2+}$ است.
- عبارت (ت) درست است. E° فلز B به اندازه 0.37 ولت بزرگ‌تر از A است. (شیمی ۳ - فصل ۲)

۱۰۱. گزینه ۱ درست است.

با توجه به نمودار داده‌شده، معادله آنتالپی فروپاشی شبکه لیتیم فلئوئید (LiF) به صورت، $LiF(s) \rightarrow Li^+(g) + F^-(g)$ است. بنابراین داریم:

$$-796 = 161 + 79 + 531 - 328 - x$$

$$x = 1239 \text{ kJ}$$

(شیمی ۳ - فصل ۳)

۱۰۲. گزینه ۳ درست است.

فلز نقره فرآیند کاهش وانادیم (V) به (IV) را انجام می‌دهد، اما مراحل دیگر انجام نمی‌شود پس رنگ نهایی محلول آبی خواهد بود. سرب این فرآیند را تا مرحله رسیدن به وانادیم (III) پیش می‌برد و رنگ نهایی محلول سبز خواهد شد. (شیمی ۳ - فصل ۳)

۱۰۳. گزینه ۲ درست است.

بررسی موارد (به ترتیب):

- مورد (الف) درست است. باید با فرآوری تولیدات مواد اولیه و خام به مواد قابل استفاده تبدیل شوند.
- مورد (ب) درست است. دو ترکیب نیتروژن دار NO_x ، عبارتند از NO و NO_2 که رادیکال بوده و دارای الکترون جفت نشده هستند. رادیکال‌ها فعالیت شیمیایی بالایی دارند.
- مورد (پ) نادرست است؛ زیرا سرعت واکنش، ارتباطی به گرماده یا گرماگیر بودن، یک واکنش ندارد.
- مورد (ت) نادرست است؛ زیرا در مبدل‌های کاتالیستی، واکنش $2NO + O_2 \rightarrow 2NO_2$ انجام نمی‌شود. (شیمی ۳ - فصل ۴)

۱۰۴. گزینه ۴ درست است.

ابتدا مقدار عددی K را حساب می‌کنیم:

$$K = \frac{\frac{4}{10} \times \frac{4}{10}}{\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}} = 16$$

	$\text{NO}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightleftharpoons \text{NO}(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g})$			
اولیه	۱+۱	۱+۱	۴	۴
تغییر	-X	-X	+X	+X
تعادلی	۲-X	۲-X	۴+X	۴+X

$$\text{O}_2 \text{ مول} = \frac{32}{32} = 1 \text{ mol}$$

$$\text{NO}_2 \text{ مول} = \frac{46}{46} = 1 \text{ mol}$$

$$16 = \frac{\left(\frac{4+X}{10}\right) \times \left(\frac{4+X}{10}\right)}{\left(\frac{2-X}{10}\right) \times \left(\frac{2-X}{10}\right)} \Rightarrow X = 0.8 \text{ mol}$$

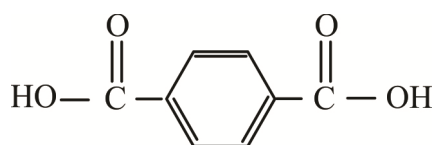
$$\text{NO} \text{ مقدار تعادلی} = (4 + 0.8) \text{ mol} \times \frac{30 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 144 \text{ g}$$

(شیمی ۳ - فصل ۴)

۱۰۵. گزینه ۱ درست است.

بررسی موارد (به ترتیب):

- درست است. مونومرهای سازنده PET، اتیلن گلیکول و ترفتالیک اسید هستند، که این دو مونومر از اکسندهای مناسب و مواد اولیه اتن و پارازایلن به دست می آیند.
- درست است. ترفتالیک اسید دارای ۵ پیوند دوگانه است:



۱۸ = مجموع اتمها در پارازایلن

۱۸ = مجموع اتمها؛ C_{10}H_8 = نفتالن

- درست است. اتیلن گلیکول دارای دو گروه هیدروکسیل است و اتن نخستین عضو خانواده آلکنهاست. X محلول آبی و رقیق پتاسیم پرمنگنات است.
- درست است. واکنش سنتز PET به علت عدم تغییر اعداد اکسایش از نوع اکسایش - کاهش نیست و اگر n مول از هریک از مونومرهای سازنده پلیمر با هم به طور کامل واکنش دهند، ۲n مول آب به دست می آید.

(شیمی ۳ - فصل ۴)